

次の から の解答を解答欄にマークしなさい。ただし、分数形で解答する場合はそれ以上約分できない形で答え、根号を含む形で解答する場合は根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。

[I] 次の問いに答えなさい。

(1) $x = 2 + \sqrt{3}$, $y = 2 - \sqrt{3}$ のとき, $x^2 + y^2 = \begin{array}{|c|c|} \hline 1 & 2 \\ \hline \end{array}$, $x^2 - y^2 = \begin{array}{|c|} \hline 3 \\ \hline \end{array} \sqrt{\begin{array}{|c|} \hline 4 \\ \hline \end{array}}$ である。

(2) 3辺の長さが $x, 4, 5$ である三角形について, x のとり得る値の範囲は

$$\begin{array}{|c|} \hline 5 \\ \hline \end{array} < x < \begin{array}{|c|} \hline 6 \\ \hline \end{array}$$

である。

(3) 方程式 $(\log_2 x)^2 - 8 \log_8 x^3 + 12 = 0$ の解は $x = \begin{array}{|c|} \hline 7 \\ \hline \end{array}$, $\begin{array}{|c|c|} \hline 8 & 9 \\ \hline \end{array}$ である。

(4) 2つの変数 x, y のデータが, 5個の x, y の組として, 次のように与えられている。

$$(2, 2), (3, 3), (5, 4), (4, 3), (6, 6)$$

このとき, x と y の共分散は $\begin{array}{|c|} \hline 10 \\ \hline \end{array} \cdot \begin{array}{|c|} \hline 11 \\ \hline \end{array}$ である。

〔II〕 次の問いに答えなさい。

計 算 用 紙

(1)

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{(x+3h)^3 - (x-h)^3}{h} = \boxed{12} \boxed{13} x^2$$

(2) 2直線 $y = 7x$, $y = 57x$ のなす角を θ とするとき, $\tan \theta = \frac{\boxed{14}}{\boxed{15}}$ である。ただし,

$0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ とする。

(3) 連立方程式

$$\begin{cases} y^2 + x + 12y + 34 = 0 \\ xy + 3x - 2y - 6 = 0 \end{cases}$$

の解のうち, $xy < 0$ を満たすものは $x = \boxed{16}$, $y = -\boxed{17}$ である。

(4)

$$\sum_{k=1}^9 k \cdot 2^k = \boxed{18} \boxed{19} \boxed{20} \boxed{21}$$

〔III〕 座標平面上の曲線 $y = \frac{x^2}{2}$ を C_1 、曲線 $y = \frac{x^2}{2} + \frac{9}{2}$ を C_2 とする。原点を通り、 C_2 と接する傾きが正の直線を ℓ とする。 ℓ に垂直で、 C_2 と接する直線を m とする。次の問いに答えなさい。

(1) C_1 と ℓ の原点以外の交点は (,) である。

(2) C_1 と ℓ で囲まれた部分の面積を S_1 、 C_1 と m で囲まれた部分の面積を S_2 とすると、

$$S_1 = \begin{array}{|c|c|} \hline 25 & 26 \\ \hline \end{array}, S_2 = \begin{array}{|c|c|} \hline 27 & 28 \\ \hline \end{array}$$

である。

(3) C_1 と ℓ で囲まれた部分と、 C_1 と m で囲まれた部分の共通部分の面積は $\frac{\begin{array}{|c|c|c|} \hline 29 & 30 & 31 \\ \hline \end{array}}{\begin{array}{|c|c|} \hline 32 & 33 \\ \hline \end{array}}$ である。

〔IV〕 座標空間内に3点 $A(4, 1, 0)$, $B(-4, 1, 0)$, $C(4, 1, 6)$ がある。 $\overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{BP} = 0$ を満たす点 P 全体の集合は球面 S_1 を定め、 $\overrightarrow{AQ} \cdot \overrightarrow{CQ} = 0$ を満たす点 Q 全体の集合は球面 S_2 を定める。次の問いに答えなさい。

計 算 用 紙

(1) S_1 の中心は $(\boxed{34}, \boxed{35}, \boxed{36})$ であり、半径は $\boxed{37}$ である。

(2) S_1 と S_2 が交わってできる円の半径を r とすると、 $r = \frac{\boxed{38} \ \boxed{39}}{\boxed{40}}$ である。

(3) (2) の円上の互いに異なる3点と S_1 の中心を頂点とする四面体の体積の最大値は

$\frac{\boxed{41}}{\boxed{42}} \sqrt{\boxed{43}} r^2$ である。

〔V〕 1個のさいころを3回続けて投げる。1回目に出る目を a ，2回目に出る目を b ，3回目に出る目を c とする。このとき，2次方程式

$$ax^2 + bx + c = 0 \cdots \cdots \textcircled{1}$$

について，次の問いに答えなさい。

(1) 2次方程式①が $x = -1$ を解にもつ組 (a, b, c) は全部で

44	45
----	----

 個あり， $x = -2$ を解にもつ組 (a, b, c) は全部で

46

 個ある。

(2) 2次方程式①が実数を解にもつ組 (a, b, c) は全部で

47	48
----	----

 個ある。

(3) 2次方程式①が有理数を解にもつ組 (a, b, c) は全部で

49	50
----	----

 個ある。このとき，解のとり得る値は全部で

51	52
----	----

 個ある。

計 算 用 紙

数学おわり