

次の 1 から 53 の解答を解答欄にマークしなさい。ただし、分数形で解答する場合はそれ以上約分できない形で答え、根号を含む形で解答する場合は根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。
 <解答群>のあるものはその中から最も適切なものを選びなさい。

[I] 次の問いに答えなさい。

(1) 1個のさいころを続けて2回投げるとき、1回目に出た目の数が2回目に出た目の数より

大きくなる確率は $\frac{\text{1}}{\text{2 3}}$ である。

(2) x は実数とする。条件「 x は整数」は条件「 x^2 は整数」であるための 4。

<解答群>

- | | |
|--------------------|--------------------|
| ① 必要条件であるが十分条件ではない | ② 十分条件であるが必要条件ではない |
| ③ 必要十分条件である | ④ 必要条件でも十分条件でもない |

(3) 4個の値 3, 9, 1, 3 からなるデータの標準偏差は 5 である。

(4) $a = \frac{4}{\log_3 8}$, $b = \frac{5}{\log_3 125}$ とするとき、 $2^a 5^b = \text{6 7}$ である。

〔II〕 次の問いに答えなさい。

(1) 19で割ると7余り, 5で割り切れるような3桁の自然数のうち2番目に大きなものは

8	9	10
---	---	----

 である。

(2) 座標平面上において, 円が3直線 x 軸, y 軸および $3x+4y-5=0$ の全てと接している。

このとき, 円の半径の最大値は $\frac{\boxed{11}}{\boxed{12}}$ である。

(3) i を虚数単位とする。

$$(1-i)\left(\cos\frac{5}{12}\pi+i\sin\frac{\pi}{12}\right)=\frac{\sqrt{\boxed{13}}-\sqrt{\boxed{14}}}{\boxed{15}}$$

である。

(4) $AB=4$, $BC=6$, $AC=8$ である三角形 ABC の内心を O とすると, 三角形 BOC の面積は

$\sqrt{\boxed{16}\boxed{17}}$ である。

〔Ⅲ〕 数列 $\{a_n\}$ の初項から第 n 項までの和を S_n とするとき、 S_n は

$$S_{n+2} - 4S_{n+1} + 3S_n = n - 1 \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

を満たしている。ただし、 $a_1 = 1$ 、 $a_2 = 2$ とする。次の問いに答えなさい。

(1) $a_{n+2} - \boxed{18} a_{n+1} = n - \boxed{19}$

(2) $b_n = a_{n+1} - a_n$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) とおくと、

$$b_n = \frac{\boxed{20}^n - \boxed{21}}{\boxed{22}}$$

である。

(3) $a_n = \frac{\boxed{23}^n - \boxed{24}n + \boxed{25}}{\boxed{26}}$ であり、 $S_5 = \boxed{27} \boxed{28}$ である。

[IV] 関数 $f(x)$ を $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 1$ とし、 $t \geq 0$ とする。また、座標平面上において、連立不等式

$$y \leq f(x), \quad y \geq 0, \quad t \leq x \leq t+2$$

の表す領域の面積を $S(t)$ とする。次の問いに答えなさい。

(1) $f(x)$ の極大値は 29 である。

(2) $S(0) =$ 30

(3) 関数 $S(t)$ は $t = \frac{\text{31}}{\text{33}} + \sqrt{\frac{\text{32}}{\text{33}}}$ で、極小値 $\text{34} - \frac{\text{35}}{\text{36}} \sqrt{\text{37}}$ をとる。

〔V〕 座標空間内に4点 $O(0, 0, 0)$, $A(1, 0, 0)$, $B(0, 1, 0)$, $C(0, 0, 1)$ がある。線分 BC を三等分する点を B に近い方から K , L とし、線分 AC の中点を M , 線分 AM の中点を N とする。また、直線 KM と xy 平面の交点を P とし、線分 KM と線分 LN の交点を Q とする。次の問いに答えなさい。

(1) 2つの実数 x, y に対して、 $\overrightarrow{OP} = x\overrightarrow{OA} + y\overrightarrow{OB}$ とおくと、 $x = -\boxed{38}$, $y = \boxed{39}$ である。

$$(2) \overrightarrow{OQ} = \frac{\boxed{40}}{\boxed{41}}\overrightarrow{OA} + \frac{\boxed{42}}{\boxed{43}}\overrightarrow{OB} + \frac{\boxed{44}}{\boxed{46}}\frac{\boxed{45}}{\boxed{47}}\overrightarrow{OC}$$

(3) 三角形 OPQ の面積は $\frac{\boxed{48}}{\boxed{50}}\frac{\boxed{49}}{\boxed{51}}$ である。さらに、 B から三角形 OPQ に下ろした垂線を

BR とするとき、線分 BR の長さは $\frac{\boxed{52}}{\boxed{53}}$ である。

計 算 用 紙

数学おわり